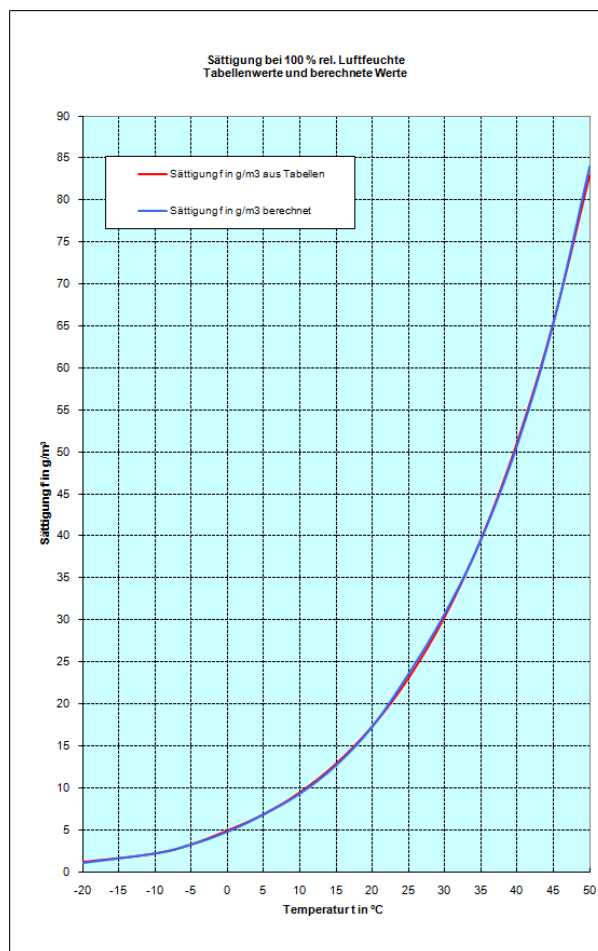


Otto Praxl

Luftdruck, Luftdichte und Luftfeuchtigkeit



Impressum

Verfasser:

Otto Praxl.

Internetseite:

www.praxelius.de

Urheberrecht:

Das Dokument ist urheberrechtlich geschützt (Urheberrechtsgesetz UrhG vom 9. September 1965 in der Fassung vom 13. September 2003).

Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich zugelassenen Fälle bedarf einer vorherigen schriftlichen Vereinbarung mit dem Verfasser. Jede widerrechtliche Nutzung wäre ein Verstoß gegen das Urheberrechtsgesetz, der gerichtlich verfolgt werden kann.

Alle Werknutzungsrechte liegen beim Verfasser. Alle Rechte vorbehalten!

Veröffentlichung

Das verschlüsselte PDF-Dokument wird auf der Homepage www.praxelius.de veröffentlicht. Es darf nicht außerhalb dieser Homepage veröffentlicht werden.

Layout und Gestaltung (mit Microsoft WORD™ 2007):

Otto Praxl

Für das Lesen mit einem PDF-Reader wurden alle Übersichten, Verzeichnisse und die Querverweise im Text mit Hyperlinks unterlegt, die nach Mausklick zur gewünschten Stelle im Buch verzweigen und nach Klick auf die Schaltfläche „Zurück zur vorigen Seitenansicht“ wieder zur ursprünglichen Stelle im Text zurückführen.

Rechtschreibung:

Die deutsche Rechtschreibung erfolgt nach den amtlichen Regeln von 2006.

Wenn die Eindeutigkeit einer Aussage es erfordert, wird von diesen Regeln bewusst abgewichen.

Haftungsausschluss:

Im Text und in den Grafiken können auch Fehler enthalten sein. Für evtl. Fehler und daraus resultierende Nachteile übernimmt der Verfasser keine Haftung.

Quellenangaben und Bildnachweise:

Alle Grafiken und Tabellen stammen vom Verfasser.

Taschenrechnerprogramm

Das zur Verfügung gestellte Taschenrechnerprogramm läuft auf den wissenschaftlichen HP-Taschenrechnern HP 48GX, HP 49G, HP 49g+ und HP 50G.

Literatur:

Buch: *Wetterkunde für alle*

von *Günter D. Roth*, BLV-Verlag, 1999, ISBN 3-405-15640-X.

Letztes Bearbeitungsdatum: 07.06.2011

Bearbeitungskennzeichen: L-14057-002

Inhaltsverzeichnis

1 Themen.....	4
2 Luftdruck.....	4
2.1 Barometrische Höhenformel	4
2.2 Anwendung der Formel	5
2.3 Beispiel.....	5
3 Luftdichte	6
3.1 Luftdichte aus Luftdruck und Lufttemperatur	6
3.1.1 <i>Luftdichte von feuchter Luft</i>	6
4 Luftfeuchtigkeit.....	7
4.1 Wasserdampfgehalt der Luft	7
4.2 Beispiel.....	7
4.3 Berechnungsformeln und Tabellenwerte	8
4.4 Diagramm der Sättigung	9
4.5 Taschenrechnerprogramm.....	10
5 Anhang.....	11
5.1 Quelltext des HP-Taschenrechnerprogramms	11
5.2 Formelverzeichnis.....	12
5.3 Bilderverzeichnis	12
5.4 Sachregister.....	12

1 Themen

- Barometrische Höhenformel,
- Berechnung der Luftdichte aus Luftdruck und Lufttemperatur,
- Berechnung der Luftfeuchtigkeit,
- Berechnung des Taupunktes aus Lufttemperatur und Luftfeuchtigkeit,
- Formeln und Taschenrechnerprogramm.

2 Luftdruck

Die Umrechnung des Luftdrucks von Meereshöhe auf eine bestimmte Höhe H erfolgt mit der **Barometrischen Höhenformel**.

2.1 Barometrische Höhenformel

Der Luftdruck und damit die Luftdichte nimmt mit der Höhe der Luftschicht logarithmisch ab. Dieser Zusammenhang wird durch die **barometrische Höhenformel** beschrieben. Diese ist in den Physik-Lehrbüchern in drei verschiedenen Formen angegeben, die mathematisch ineinander übergeführt werden können.

Formel 1: Barometrische Höhenformel

$$(1) \quad p = p_0 \cdot e^{-\left(\frac{\rho_0 \cdot g \cdot T_0 \cdot (H - H_0)}{p_0 T}\right)}$$

$$(2) \quad p = p_0 \cdot e^{-\left(\frac{H - H_0}{RT}\right)}$$

$$(3) \quad p = p_0 \cdot 10^{-\left(\frac{T_0 \cdot (H - H_0)}{T \cdot B}\right)}$$

Es gelten:

- H_0 = 0 m über dem Meeresspiegel (=Normal-Null = NN),
- H = geodätische Höhe am Beobachtungspunkt ([m] ü. NN),
- p = Luftdruck in [hPa] in der Höhe H in [m],
- p_0 = **1013,25 hPa** (Hektopascal = mbar) ist der Normaldruck bei $H_0 = 0$ m ü. NN,
- e = **2,71828182846** = Basis der natürlichen Logarithmen,
- ρ_0 = **1,293 kg/m³** Luftdichte am Boden bei $H_0 = 0$ m,
- g = **9,809665 m/s²** Fallbeschleunigung (ändert sich mit der geografischen Breite),
- T_0 = **273,16 K** (in Kelvin! $0^\circ\text{C} = 273,16 \text{ K}$)
- T = absolute Temperatur der Luft in [K] am Beobachtungspunkt,
- R \approx **29,27 m/K** aus mehreren Konstanten zusammengefasster gerundeter Wert,
- B = **18398 m** ist die Höhe, bei der der Luftdruck bei 0°C auf ein Zehntel abgesunken ist.

$$R = \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g \cdot T_0} = \frac{1013,25 \text{ [hPa]}}{1,293 \text{ [kg/m}^3\text{]} \cdot 9,80665 \text{ [m/s}^2\text{]} \cdot 273 \text{ [K]}}$$

$$= \frac{101325 \text{ [N/m}^2\text{]}}{(1,293 \cdot 9,80665) \text{ [N/m}^3\text{]} \cdot 273 \text{ [K]}} \approx \mathbf{29,27 \text{ [m/K]}}$$

Zusammenhang zwischen R und B :

$$R = \frac{B}{T_0 \cdot \ln 10} = \frac{18398}{273 \cdot 2,3025851} \approx \mathbf{29,27}$$

2.2 Anwendung der Formel

In der Höhe $H = B = 18398$ m (B = Barometerkonstante) beträgt der Luftdruck nur mehr ein Zehntel des am Boden gültigen Wertes. Die Luftdruckabnahme mit der Höhe ist eine logarithmische Funktion, deren Werte mit zunehmender Höhe H abnehmen, deshalb ist der Exponent negativ. Auch die Temperatur spielt eine Rolle, wärmere Luft wiegt weniger (hat geringere Dichte). Beides ist in der Barometrischen Höhenformel berücksichtigt.

Allerdings geht diese Formel von einer einheitlichen Temperatur innerhalb der gesamten Luftsäule („Normalatmosphäre“) aus. In Wirklichkeit ändert sich die vertikale Temperatur- und Feuchtigkeitsverteilung der Luft von Tag zu Tag und von Ort zu Ort. Dennoch liefert diese „Normalatmosphäre“ einen ausreichenden Hinweis auf die im Durchschnitt zu erwartende Druckabnahme mit der Höhe.

Die barometrische Höhenformel liefert nur einen ungefähren Wert für den Luftdruck, weil die Parameter gerundete Werte enthalten. Die Meteorologen rechnen wesentlich genauer und berücksichtigen noch andere Einflüsse, die auf den Luftdruck wirken. Dies ist jedoch hier nicht von Belang.

2.3 Beispiel

Eine Messstation befinde sich 477 m über Meereshöhe (man sagt: über Normal-Null oder über NN) und zeige 958,5 hPa absoluten Luftdruck. Die Außentemperatur betrage 20 °C. Nach der Barometrischen Höhenformel ergibt sich dann ein relativer Luftdruck von 1013,25 hPa (= Hektopascal, früher mbar = Millibar). Das entspricht 760 mm Quecksilbersäule, ein Maß, mit dem man früher den Luftdruck angab.

Die gesamte Lufthülle lastet auf der Erdoberfläche. Schneidet man aus dieser Lufthülle eine Säule von 1 cm² Grundfläche heraus, so drückt diese Säule in Meereshöhe bei 0 °C mit einem Gewicht von 10,1325 N (N = Newton) auf diese Fläche. Das entspricht einem Druck von 1013,25 hPa.

Die SI-Einheit für den Druck ist **Pascal (Pa)**. $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 10^{-5} \text{ bar}$.

1 **Hekto-Pascal (hPa)** = 100 Pa = 10^{-3} bar = 1 mbar (Millibar) = 100 N/m².

1013,25 hPa = 101325 N/m² = 10,1325 N/cm² (Normaldruck in Meereshöhe bei 0 °C).

Steigt man auf die Höhe H über NN, dann ist die Luftsäule um das Maß H kürzer und hat deshalb weniger Gewicht.

3 Luftdichte

Trockene Luft ist ein Gemisch aus 20,9 Vol-% molekularem Sauerstoff (O₂), 78,1 Vol-% molekularem Stickstoff (N₂) und 1 Vol-% sonstigen Gasen, wie Kohlendioxid (CO₂), Ozon (O₃) und Edelgasen (0,93 Vol-% Argon). Die Luftdichte ist die Masse der Luft in kg pro Volumeneinheit in m³ oder auch in g/dm³ = g/l (l = Liter). Die Luftdichte ist für den Auftrieb der Flugzeuge und Ballone maßgebend.

Feuchte Luft enthält Wasserdampf. Den Gehalt an Wasserdampf bezeichnet man als Luftfeuchtigkeit, die weiter unten behandelt wird.

3.1 Luftdichte aus Luftdruck und Lufttemperatur

Die Luftdichte der Atmosphäre ist abhängig vom absoluten Luftdruck, der wiederum von der Höhe über dem Meeresspiegel abhängt.

Die Luftdichte (der trockenen Luft) kann man nach der folgenden Formel (stammt aus dem oben erwähnten Buch von *Günter D. Roth*) überschläglich berechnen¹:

Formel 2: Luftdichte aus Luftdruck und Temperatur

$$\rho = 0,349 \cdot \frac{p}{t}$$

ρ = Luftdichte in [kg/m³] oder in Gramm pro Liter [g/l]

p = absoluter Luftdruck in [hPa]

t = Lufttemperatur in Kelvin [K]

Unter Normalbedingungen, also auf Meereshöhe bei 0 °C (= 273,15 K) und 1013,25 hPa, ist die Luftdichte nach Formel 2 (Ergebnis auf 2 Kommastellen):

$$\rho = 0,349 \times 1013,25 / 273,15 = 1,29 \text{ kg/m}^3 = 1,29 \text{ g/l.}$$

Die Luftdichte kann auch aus der Molmasse² von Stickstoff (2 × 14,008 g/mol) und Sauerstoff (2 × 16 g/mol) und dem Molvolumen 22,415 l/mol berechnet werden:

Formel 3: Luftdichte aus den Molmassen von Sauerstoff und Stickstoff

$$\rho = \frac{0,209 \cdot 32 + 0,781 \cdot 28,016}{22,415 \cdot (0,209 + 0,781)} = 1,28740 \approx 1,29 \text{ g/l}$$

3.1.1 Luftdichte von feuchter Luft

Wasserdampf besteht aus gasförmigen H₂O-Molekülen, die unter Normalbedingungen eine Dichte von 0,80 kg/m³ haben. Da feuchte Luft eine gewisse Menge Wasser (in [g/m³]) in Dampfform enthält, der anteilig den Platz der Sauerstoff- und Stickstoffmoleküle einnimmt, ist die Luftdichte gegenüber der trockenen Luft geringer. Feuchte Luft steigt nach oben und bildet ab einer bestimmten Höhe (am Kondensationspunkt) Wolken.

¹ Die genauen Formeln sind den Physiklehrbüchern (Thermodynamik, reale Gase) zu entnehmen.

² auch *Molekulargewicht* genannt.

4 Luftfeuchtigkeit

4.1 Wasserdampfgehalt der Luft

Die Luft kann bei einer bestimmten Temperatur nur eine bestimmte Menge an Wasserdampf aufnehmen. Man gibt diesen Wassergehalt in g Wasser pro m^3 Luft an. Je wärmer die Luft ist, desto mehr Wasserdampf kann sie aufnehmen. Bei Sättigung ist 100 % relative Luftfeuchtigkeit erreicht. Der Prozentsatz der relativen Luftfeuchtigkeit bezieht sich immer auf die Sättigungsmenge bei einer bestimmten Temperatur.

4.2 Beispiel

Hat die Luft $20\text{ }^\circ\text{C}$, dann ist nach der bekannten Tabelle (siehe unten) die Sättigung $17,2\text{ g/m}^3$.

Bei 50 % Luftfeuchtigkeit ergibt sich 50 % davon, nämlich $8,6\text{ g/m}^3$. Das ist die absolute Feuchte der Luft bei $20\text{ }^\circ\text{C}$ und rel. Luftfeuchtigkeit von 50%.

Kühlt diese Luft auf $10\text{ }^\circ\text{C}$ ab, dann kann sie (nach Tabelle) nur noch $9,4\text{ g/m}^3$ aufnehmen. Die Luft enthält aber $8,6\text{ g/m}^3$, das sind 91 % von $9,4\text{ g/m}^3$. Die relative Luftfeuchtigkeit ist also auf 91 % gestiegen.

Kühlt diese Luft auf $5\text{ }^\circ\text{C}$ ab, kann sie nur noch $6,8\text{ g/m}^3$ aufnehmen, die Sättigung ist erreicht. Der Überschuss von $8,6 - 6,8 = 1,8\text{ g/m}^3$ fällt als Kondensat aus. Es gibt Tau, der sich auf Gegenständen oder Flächen niederschlägt.

Hätte sich die Luft nur auf $8,9\text{ }^\circ\text{C}$ abgekühlt, dann hätte sie genau 100 % Luftfeuchtigkeit. Wenn bei einer Temperatur die Luftfeuchtigkeit genau 100 % beträgt, dann nennt man diese Temperatur **Taupunkt**.

Die Umrechnung der relativen Luftfeuchtigkeit in absolute Luftfeuchte in g/m^3 für die Temperatur t in $^\circ\text{C}$ erfolgt in zwei Schritten, in einem dritten Schritt wird der Taupunkt ermittelt.

Zuerst stellt man für die Temperatur t die Sättigung f in g/m^3 fest (nach Tabelle oder Formel).

Diesen Sättigungswert multipliziert man mit dem Prozentsatz der relativen Luftfeuchtigkeit, teilt durch **100** und erhält dann die absolute Feuchte für die Temperatur t .

Nimmt man diesen Wert der absoluten Feuchte als (neuen) Sättigungswert, dann ergibt sich aus der Rückrechnung die Temperatur, bei der die relative Luftfeuchtigkeit 100% beträgt. Diese Temperatur nennt man **Taupunkt**. Der Taupunkt sagt aus, dass die Temperatur bis auf diesen Wert sinken kann, bevor Kondensat (Tau, Reif, Nebel) entsteht.

4.3 Berechnungsformeln und Tabellenwerte

Die unten angegebenen Umrechnungsfunktionen sind Approximationen (Annäherungen). Sie wurden vom Verfasser aus den Tabellenwerten hergeleitet. Die Tabellen und Formeln³ sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

Zustandsgrößen von gesättigtem Dampf in Luft zwischen -20 und 50 °C

t in °C	Sättigung f in g/m ³ aus Tabellen	Sättigung f in g/m ³ berechnet	Abweichung
-20	1,10	0,971	-0,13
-10	2,10	2,136	0,04
-5	3,20	3,167	-0,03
0	4,846	4,696	-0,15
5	6,795	6,762	-0,03
10	9,396	9,233	-0,16
15	12,820	12,607	-0,21
20	17,290	17,215	-0,07
25	23,040	23,507	0,47
30	30,360	30,679	0,32
35	39,600	39,451	-0,15
40	51,140	50,733	-0,41
45	65,440	65,240	-0,20
50	82,980	83,895	0,92
Lufttemperatur	Tabellenwerte aus verschiedenen Quellen	berechnet aus den Funktionen dreier Bereiche	Differenz in g/m ³ zw. Tabellenwerten und berechneten Werten

Koppelpunkte der drei Approximationen

t	f von unten	f von oben
3,2144160197	6,0499478575	6,0499478575
26,2312802589	25,3809856	25,3809856

Die Berechnung der Sättigung **f** für eine beliebige Temperatur **t** erfolgt aus drei Teilstücken (Approximationen aus Tabellenwerten):

Gültigkeitsbereich für t	Funktionen t (f)
-20 < t < 3,2144160197 °C	$f = 4,6962 * e^{0,0788 * t}$
3,2144160197 <= t < 26,2312802589 °C	$f = 4,952 * e^{0,0623 * t}$
26,2312802589 <= t < 50 °C	$f = 6,784 * e^{0,0503 * t}$

Gültigkeitsbereich für f	Umkehrfunktionen f (t)
0,971 < f < 6,0499478575	$t = \text{LN}(f/4,6962)/0,0788$
6,0499478575 <= f < 25,3809856 g/m ³	$t = \text{LN}(f/4,952)/0,0623$
25,3809856 <= f < 85 g/m ³	$t = \text{LN}(f/6,784)/0,0503$

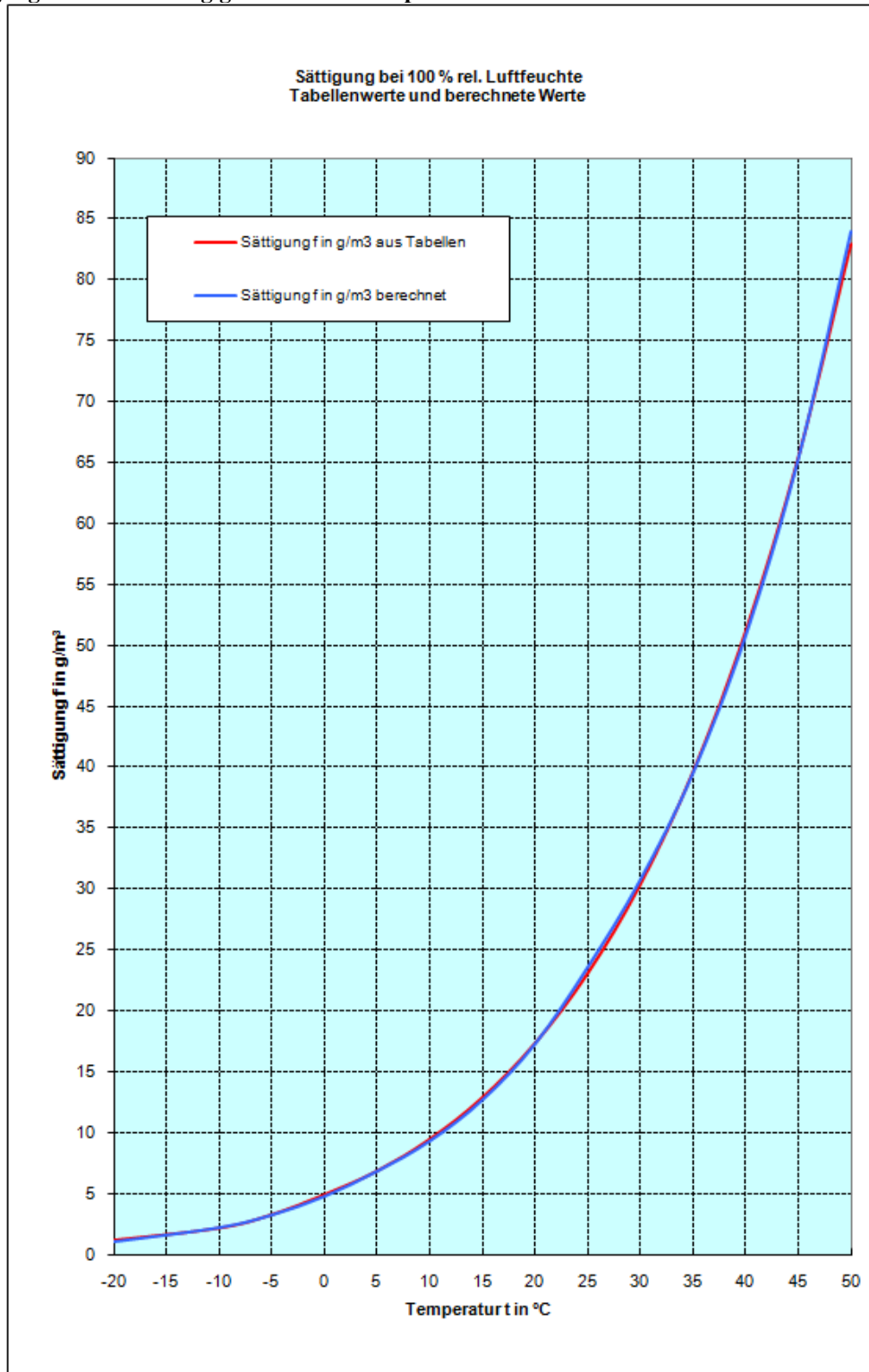
³ LN ist der natürliche Logarithmus, e ist die Basis der natürlichen Logarithmen

Die berechneten Werte weichen aufgrund der Approximation von den Tabellenwerten geringfügig ab. Die Größenordnung der Abweichungen ist angegeben. Hier kommt es nicht auf hohe Genauigkeit an, es genügt, wenn der Taupunkt auf 0,1 °C genau ermittelt werden kann.

Die Meteorologen rechnen genauer, sie berücksichtigen noch Luftdruck, Luftdichte und andere Einflüsse, die aber hier nicht interessieren.

4.4 Diagramm der Sättigung

Bild 1: Sättigung der Luft abhängig von der Lufttemperatur



4.5 Taschenrechnerprogramm

Die in den oben gezeigten Tabellen enthaltenen Formeln wurde vom Verfasser ein Programm **LF** (Luftfeuchte) für die wissenschaftlichen Taschenrechner HP48GX, HP 49G, HP 49g+ und HP 50G entwickelt, das aus der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchtigkeit den Taupunkt berechnet. Der Quelltext für dieses Programm ist im Anhang unter 5.1 zu finden.

Er wird auf den Taschenrechner übertragen. Dort wird das Verzeichnis **LUFT** angelegt, welches das Programm **LF**, zwei Unterprogramme **t2g** (Temperatur zu Sättigungswert) und **g2t** (Sättigungswert zu Temperatur) und alle Variablen enthält. Die Programme sind sofort betriebsbereit.

Eingegeben werden Lufttemperatur und relative Luftfeuchtigkeit, das Programm **LF** zeigt die Eingaben und Ergebnisse auf dem Bildschirm an.

Bild 2 zeigt einen Bildschirmabzug des HP 50G für das oben genannte Beispiel.

Bild 2: Luftfeuchtigkeit und Taupunkt

```

Luftfeuchtigkeit
(LF)
Lufttemp. = 20,0 °C
LF relat. = 50,0 %
LF gesätt. = 17,2 g/m³
LF absol. = 8,6 g/m³
Taupunkt = 8,9 °C

```

LF	t	LF%	LFs	LFo	TauPT
----	---	-----	-----	-----	-------

5 Anhang

5.1 Quelltext des HP-Taschenrechnerprogramms

Der nachstehende, blau hinterlegte Text kann markiert und in einer Datei LUFT auf dem PC gespeichert werden.

Diese Datei LUFT kann über eine Kabelverbindung (USB oder RS232) mittels Conn-4x-Programm vom PC direkt auf den HP-Taschenrechner übertragen werden. LUFT wird automatisch auf dem Taschenrechner installiert und steht dort als Verzeichnis LUFT mit den im Text beschriebenen Unterprogrammen und Funktionen sofort einsatzbereit zur Verfügung. Die erste Zeile im Text ist der Header, der die richtige Übertragung des Programms vom PC zum Taschenrechner steuert.

Quelltext:

```
%%HP: T(3)A(R)F(.);
DIR
  LF
  \<< DEPTH
    IF 2. <
      THEN "Lufttemperatur
-20 bis 50\^oC und rel.
Luftfeuchte
0 bis 100 %
eingeben" 1000. .2 BEEP 500. .1 BEEP MSGBOX
  ELSE 1 CF ABS 'LF%' STO 't' STO t t2g DUP 'LFs' STO LF% * 100. /
'LFa' STO LFa g2t 'TauPT' STO 1. FIX " Luftfeuchtigkeit
(LF)
Lufttemp. = " t \->STR + " \^oC
LF relat. = " + LF% \->STR + " %
LF ges\228tt.= " + LFs \->STR + " g/m\179
LF absol. = " + LFa \->STR + " g/m\179
" + IF 1 FS?C
  THEN "Keine Taupunktberechn." +
  ELSE IF TauPT 0. >
    THEN "Taupunkt = " +
    ELSE "Reifpunkt = " +
    END TauPT \->STR + " \^oC" +
  END CLLCD 0. DISP 0. WAIT DROP
  END
\>>
t 0.
LF% 0.
LFs 4.952
LFa 0.
TauPT 0.
LOE
\<< 1 CF 0. { t LFs LF% LFa TauPT } STO
\>>
t2g
\<< \-> tt \<<CASE
  tt 3.2144160197 < THEN tt 0.0788 * EXP 4.6962 * END
  tt 26.2312802589 < THEN tt .0623 * EXP 4.952 * END
  tt .0503 * EXP 6.784 *
  END
\>> \>>
g2t
```

```

\<< \-> a \<< CASE
  a 0. \<= THEN "Fehler!" 1 SF END
  a 0.5 < THEN a 4.6962 / LN 0.0788 / 1 SF END
  a 6.0499478575 < THEN a 4.6962 / LN 0.0788 / END
  a 25.3809856063 < THEN a 4.952 / LN .0623 / END
  a 6.784 / LN .0503 /
  END
\>> \>>
END

```

5.2 Formelverzeichnis

Formel 1: Barometrische Höhenformel	4
Formel 2: Luftdichte aus Luftdruck und Temperatur	6
Formel 3: Luftdichte aus den Molmassen von Sauerstoff und Stickstoff.....	6

5.3 Bilderverzeichnis

Bild 1: Sättigung der Luft abhängig von der Lufttemperatur	9
Bild 2: Luftfeuchtigkeit und Taupunkt	10

5.4 Sachregister

A

Approximationen	8
Argon	6

B

Barometerkonstante	5
--------------------------	---

E

Edelgase	6
----------------	---

H

Hektopascal.....	5
Höhenformel, barometrische.....	4

K

Kohlendioxid.....	6
-------------------	---

L

Luftdichte.....	4
Luftdruck.....	4
Luftfeuchtigkeit.....	7

M

Millibar	5
Molmasse.....	6
Molvolumen.....	6

O

Ozon.....	6
-----------	---

Q

Quecksilbersäule.....	5
-----------------------	---

S

Sättigung	7
Sauerstoff, molekularer.....	6
Stickstoff, molekularer	6

T

Taupunkt	7
----------------	---

W

Wasserdampf	6
-------------------	---