Otto Praxl

Rationale Zahlen und Bruchrechnung auf dem HP-Taschenrechner

Darstellung und Berechnung von Brüchen.

Impressum

Verfasser:
Otto Praxl.

Internetseite:
www.praxelius.de

Veröffentlichung:
Dieses Dokument „*Rationale Zahlen und Bruchrechnung auf dem HP-Taschenrechner*“ wird im PDF-Format unter www.praxelius.de veröffentlicht.

Layout und Gestaltung (mit Microsoft WORD™ 2007):
Otto Praxl

Rechtschreibung:
Die deutsche Rechtschreibung erfolgt nach den amtlichen Regeln von 2006. Wenn die Eindeutigkeit einer Aussage es erfordert, wird von diesen Regeln bewusst abgewichen.

Letztes Bearbeitungsdatum: 24.08.2012.

Bearbeitungskennzeichen: Br-18113-004

Inhaltsverzeichnis:

1. Einleitung

Das Rechnen mit Brüchen haben wir alle in der Schule gelernt. Deshalb setzen wir hier die Kenntnis der Regeln der Bruchrechnung voraus und wollen nur zeigen, wie die Brüche auf dem HP-Taschenrechner dargestellt werden können und wie der Taschenrechner damit rechnet.

Die Regeln der Bruchrechnung sind nachzulesen z. B. in Lit. [1] ab Seite 33.

Zuerst jedoch einige Begriffe.

1.1. Division und rationale Zahlen

(Siehe auch Lit. [3] ab Seite 37)

Die Division zweier Zahlen ist stets ausführbar, wenn der Divisor (=Nenner) nicht null ist.

Die Quotienten $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ für $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ sind natürliche Zahlen) heißen rationale Zahlen, die in ihrer Gesamtheit mit $\mathbb{Q}$ bezeichnet werden.

1.2. Teilungsanweisung

In der Schule haben wir gelernt, dass $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ eine Teilungsanweisung ist, wobei ***a*** durch ***b*** zu teilen ist, wenn ***a*** der Zähler und ***b*** der Nenner ist. Der Nenner darf nicht null werden, wenn die Anweisung ausführbar bleiben soll.

1.3. Schreibform des Bruches

Die Schreibform $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ nennt man Bruch, deshalb wird das Rechnen mit rationalen Zahlen auch als Bruchrechnung bezeichnet wird. Normalerweise verwendet man einen waagrechten Bruchstrich. Man kann auch die platzsparende Schreibform wählen, indem man ***a***/***b*** mit schrägem Bruchstrich schreibt. Beide Schreibformen werden auf dem HP-Taschenrechner verwendet.

Das Ergebnis dieser Teilungsanweisung ist nicht immer auch eine rationale Zahl. Sie kann auch eine Dezimalfolge sein, die wir Dezimalzahl $\mathbb{D}$ nennen.

1.4. Dezimalzahlen

Der sich nach der Teilung ergebende Quotient ist eine Dezimalzahl. Sie kann endlich sein, sie hat dann endlich viele Dezimalstellen und ist eine rationale Zahl.

Die Dezimalzahl kann auch eine unendliche Dezimalfolge von Ziffern hinter dem Komma haben. Dabei unterscheiden wir zwischen irrationaler Zahl, deren Ziffernfolge unendlich, aber nicht periodisch ist, und periodischer Dezimalzahl, bei der Zifferngruppen nach dem Komma sich periodisch wiederholen. Die Anzahl der zur Periode gehörenden Ziffern nennt man Periodenlänge.

1.5. Periodische Dezimalzahlen

(siehe dazu auch Seite 40 von Lit. [3].

Eine periodische Dezimalzahl ist eine rationale Zahl.

Man kann sie leicht in einen Bruch umwandeln. Um eine periodische Dezimalzahl in einen Bruch zu verwandeln, multipliziert man die Zahl mit einer Potenz von 10, indem man das Komma hinter die Periode und, wenn nötig, auch vor die Periode schiebt und zieht die sich daraus ergebenden Gleichungen voneinander ab.

1. Beispiel:

$\boldsymbol{z} = 0{,}\overline{037}$. Die überstrichenen Ziffern bilden die Periode.

$1000 \cdot \boldsymbol{z} = 37{,}\overline{037}$, davon wird $1 \cdot \boldsymbol{z} = 0{,}\overline{037}$ subtrahiert. Ergebnis: $999 \cdot \boldsymbol{z} = 37$. Daraus ergibt sich der Bruch $\boldsymbol{z} = \frac{37}{999} = \frac{1}{27}$.

2. Beispiel

$\boldsymbol{z} = 1{,}2\overline{074}$

$10000 \cdot \boldsymbol{z} = 12074{,}\overline{074}$ und $10 \cdot \boldsymbol{z} = 12{,}\overline{074}$. Also ist $(10000-10) \cdot \boldsymbol{z} = (12074-12)$, daraus folgt $\boldsymbol{z} = \frac{12074-12}{10000-10} = \frac{12062}{9990} = \frac{163}{135}$.

Umgekehrt kann jede ganze Zahl als periodische Dezimalzahl geschrieben werden:

$$\boldsymbol{z} = 15 = 14{,}\overline{9} = \frac{135}{9} = 15$$

$$\boldsymbol{z} = 77 = 76{,}\overline{9} = \frac{693}{9} = 77.$$

Auch endliche Dezimalbrüche können als periodische Dezimalzahl geschrieben werden:

$$\boldsymbol{z} = 3{,}55 = 3{,}54\overline{9}$$

$$= \frac{1000 \cdot \boldsymbol{z} - 100 \cdot \boldsymbol{z}}{1000-100} = \frac{3549{,}\overline{9} - 354{,}\overline{9}}{900} = \frac{3195}{900} = \frac{71}{20}.$$

2. Bruchrechnung auf dem HP-Taschenrechner

2.1. Betriebsmodi des HP-Rechners

Die Kenntnis der richtigen Handhabung eines HP-Taschenrechners wird beim Leser vorausgesetzt. Nötigenfalls schlage er in den HP-Originalhandbüchern nach oder verwende das Handbuch (Lit.[2]) des Verfassers.

2.1.1. Flageinstellungen

Über die Flags werden die Betriebsmodi des Taschenrechners eingestellt. Diese sind für die richtige Berechnung und die gewünschte Darstellung der Ergebnisse wichtig.

2.1.1.1. Symbolische Darstellung oder Zahlendarstellung

Die Flags -2 und -3 sind für die Darstellungsform des Ergebnisses zuständig.

Flag (-2) = 0: Konstanten werden symbolisch dargestellt, wenn Flag (-3) = 0 ist.
Flag (-2) = 1: Konstanten werden zu Zahlen ausgewertet.
Flag (-3) = 0: Argumente werden symbolisch dargestellt.
Flag (-3) = 1: Argumente werden zu Zahlen ausgewertet.

2.1.1.2. Formelmodus oder Zeilendarstellung

Flag -79 ist für die Darstellung der Formeln in **der untersten Stackebene** zuständig. In den höheren Stackebenen werden die Ausdrücke im Zeilenmodus dargestellt.

Flag (-79) = 0: Diese Einstellung ist für den Formelmodus (engl.: Textbook on = Lehrbuchmodus) zuständig.

Flag (-79) = 1: Diese Einstellung ist für den Zeilenmodus (engl.: Textbook off = algebraischer Zeilenmodus) zuständig.

2.1.1.3. Exakter Zahlenmodus oder Näherungsmodus

Flag (-105) = 0: Exakter Zahlenmodus. Er wird mit der Tastenfolge [leftshift-hold] [ENTER] oder **«-105 CF»** eingestellt. Oben auf dem Bildschirm muss in der Headerzeile **R=** zu sehen sein. Die Ergebnisse werden symbolisch dargestellt. Beim exakten Modus werden ganze Zahlen ohne Dezimalzeichen angezeigt, wenn sie ohne Dezimalzeichen eingegeben wurden. Bereits im Rechner befindliche Zahlen mit Dezimalzeichen ohne Kommastellen werden nicht automatisch in ganze Zahlen umgewandelt. Sie müssen durch den Befehl R→I (real to integer) in ganze Zahlen umgewandelt werden.

Für die Bruchrechnung verwenden wir bei der Eingabe nur ganze Zahlen (engl.: integer).

Flag (-105) = 1: Näherungsmodus. Zahlen werden als reelle Zahlen mit Dezimalzeichen dargestellt

2.1.1.4. RPN-Modus

RPN ist eine Besonderheit der HP-Taschenrechner. Dieser Modus arbeitet mit der umgekehrten polnischen Notation (UPN), in Englisch: Reverse-Polish Notation (RPN). Der Modus ist in Lit.[2] im Kapitel 1 und auch in den HP-Handbüchern ausführlich beschrieben.

Flag -95 ist zur Umschaltung auf den RPN-Modus zuständig.

Flag (-95) = 0: RPN
Flag (-95) = 1: ALG
Es wird empfohlen, den RPN-Modus über die Tasten [MODE][+/-] einzustellen.

2.1.1.5. Einstellungen für die Bruchrechnung

Für die Bruchrechnung stellen wir ein:

«{-2 -3 -79 -95 -105} CF»

2.2. Brucharithmetik des HP-Taschenrechners

Die Brucharithmetik funktioniert beim HP-Taschenrechner automatisch, ohne dass eine Funktion aufgerufen werden muss. Sogar das Kürzen eines Bruches erfolgt automatisch.

2.2.1. Eingaben

Alle Eingaben von Zählern und Nennern der Brüche erfolgen in ganzen Zahlen (ohne Dezimalzeichen).

Falls die Flags richtig eingestellt sind, wird nach Eingabe zweier ganzer Zahlen und nach Betätigung der Divisionstaste [/] das Ergebnis in Bruchschreibweise dargestellt.

Will man das Ergebnis als Dezimalzahl haben, schaltet man mit der Tastenfolge [leftshift-hold] [ENTER] auf den Näherungsmodus um. Im Header wird dann $\boxed{\mathbf{R}\approx}$ angezeigt.

2.2.2. Beispiele

Die Summe der Brüche $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$ wird wie folgt eingegeben (siehe Bild 1):

1 [ENTER] 4 [/] 1 [ENTER] 5 [/] [+] 1 [ENTER] 6 [/] [+].

Drückt man dann auf [EVAL] (evaluate = auswerten), dann zeigt der Taschenrechner den Bruch $\frac{37}{60}$ (siehe Bild 2), obwohl sich durch die Rechnung $\frac{30+24+20}{4\cdot 5\cdot 6}=\frac{74}{120}$ ergibt. Das Kürzen erfolgt automatisch.

Bild 1: Summe von Brüchen

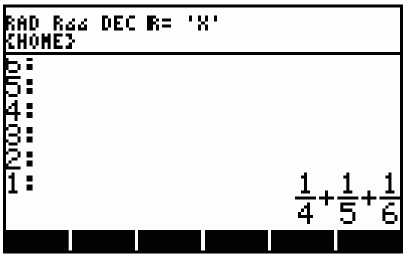
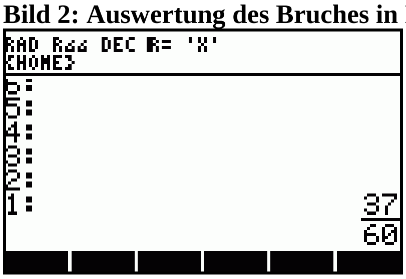
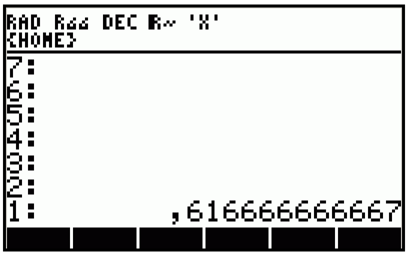


Bild 2: Auswertung des Bruches in Bild 1



Nach Umschaltung auf $\boxed{\mathbf{R}\approx}$ und Betätigen von [EVAL] zeigt der Rechner das Ergebnis als Dezimalzahl (in der letzten Kommastelle aufgerundet, siehe Bild 3):

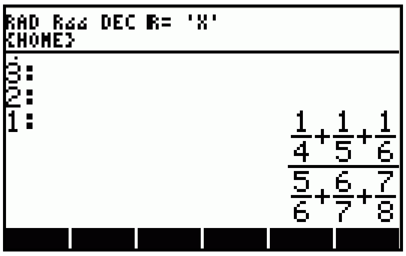
Bild 3: Zahlenwert des Bruches in Bild 2



Rechnet man diese periodische Dezimalzahl 0,61666… manuell in einen Bruch um, so erhält man $\frac{555}{900}=\frac{37}{60}$.

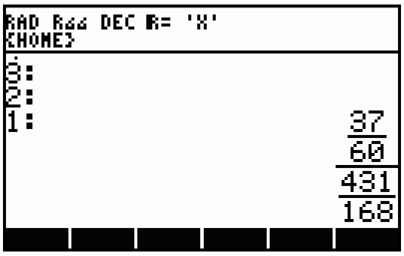
Auch Brüche mit Brüchen im Zähler und Nenner können eingegeben werden:

Bild 4: Zähler und Nenner: Summe von Brüchen



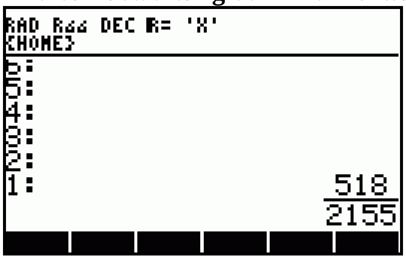
Man kann auch den Zähler $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$ zuerst eingeben und sofort auswerten, dann ergibt sich $\frac{37}{60}$, dann gibt man den Nenner $\frac{5}{6}+\frac{6}{7}+\frac{7}{8}$ ein und wertet ihn sofort aus, man erhält $\frac{431}{168}$. Nach Drücken der Divisionstaste [/] ergibt sich der in Bild 5 gezeigte Bruch.

Bild 5: Brüche im Zähler und Nenner



Die Auswertung der Brüche in Bild 4 oder Bild 5 durch [EVAL] ergibt:

Bild 6: Auswertung von Bild 4 bzw. Bild 5



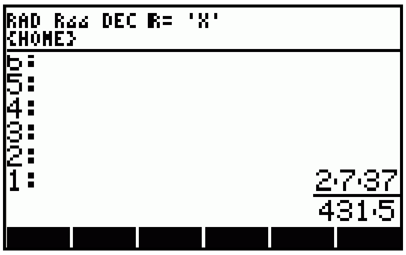
Die Bucharithmetik, wie sie oben anhand von Bildschirmabzügen gezeigt wurde, stellt Berechnungsanweisungen dar. Die in den Bildern gezeigten „Ergebnisse“ sind keine berechneten Zahlen, sondern Umwandlungen der komplizierteren Berechnungsanweisungen in vereinfachte Berechnungsanweisungen für den Taschenrechner.

Erst nach Umschalten in den Näherungsmodus $\boxed{R\approx}$ und Drücken von [EVAL] wird das Ergebnis als (gerundete) Dezimalzahl berechnet.

Bild 7: Zahlenwert des Bruches in Bild 6

Man kann jeden Bruch, der in Stackebene 1 steht, auch in Primfaktoren zerlegen. Dabei müssen Zähler und Nenner ganze Zahlen sein. Wendet man den Befehl [FACTOR] auf den Bruch in Bild 6 an, so ergibt sich:

Bild 8: Bruch aus Bild 6 in Primzahlen zerlegt



2.3. Dezimalbruch in rationale Zahl umwandeln

Für die Umwandlung eines Dezimalbruchs in eine rationale Zahl mit Zähler und Nenner gibt es keine eingebaute Funktion. Diese Umrechnung muss der Anwender mit einem eigenen Programm bewerkstelligen.

Endliche Dezimalbrüche, also Dezimalzahlen, deren Anzahl der Kommastellen endlich ist, können in rationale Zahlen, also Brüche umgewandelt werden.

Bei unendlichen Dezimalbrüchen können nur Brüche mit gerundetem Wert berechnet werden.

Die Umrechnung kann am besten mit dem HP-Taschenrechner erfolgen. Zuerst werden mit PUSH die aktuellen Flageinstellungen gesichert, die am Schluss mit POP wieder hergestellt werden.

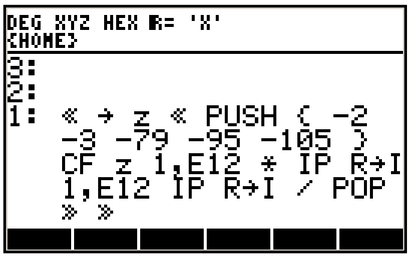
Arbeitsweise des Programms

Das Programm sichert mit PUSH zuerst die vorhandenen Flageinstellungen und stellt die für das Programm erforderlichen Flags ein. Dann muss es bei einem eingegebenen Dezimalbruch das Komma um 12 Stellen nach rechts rücken. Das ist gleichbedeutend mit einer Multiplikation mit der Zahl 10^{12}. Diese Zahl muss dann in eine ganze Zahl ohne Dezimalzeichen umgewandelt werden. Diese Zahl fungiert als Zähler.

Dann wird ein Nenner mit dem Wert 10^{12} erzeugt und in eine ganze Zahl umgewandelt. Am Schluss wird eine Division durchgeführt. Der Taschenrechner berechnet den gekürzten Bruch als Teilungsanweisung und zeigt ihn an.

Bild 9 zeigt das kleine Programm, das die Umrechnung vornimmt, es wird in die Variable **`DEZ2BR`** gespeichert:

Bild 9: Endlichen Dezimalbruch in rationale Zahl umwandeln



Der Dezimalbruch wird in den Stack gestellt und dann das Programm **`DEZ2BR`** aufgerufen.

2.4. Rationale Zahl in Dezimalbruch umwandeln

Eine rationale Zahl mit Zähler und Nenner wieder in einen endlichen Dezimalbruch umzuwandeln, funktioniert etwas einfacher.

Wieder werden die Flags gesichert. Dann wird durch Setzen des Flags -105 zum Näherungsmodus umgeschaltet und mit [EVAL] der Bruch berechnet.

Das Programm ist in Bild 10 zusehen und wird in die Variable **`BR2DEZ`** gespeichert.

Bild 10: Rationale Zahl in einen Dezimalbruch umwandeln

Der Bruch muss mit Zähler und Nenner in Bruchschreibweise im Stack stehen. Dann wird das Programm **`BR2DEZ`** aufgerufen.

3. Kettenbrüche

Der Vollständigkeit halber sei hier noch auf eine besondere Art von Brüchen hingewiesen, die Kettenbrüche genannt werden.

Sie haben die Form:

Bild 11: Kettenbruchdarstellung

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{b}_0 + \cfrac{\boldsymbol{a}_1}{\boldsymbol{b}_1 + \cfrac{\boldsymbol{a}_2}{\boldsymbol{b}_2 + \cfrac{\boldsymbol{a}_3}{\boldsymbol{b}_3 + \cfrac{\boldsymbol{a}_{n-1}}{\boldsymbol{b}_{n-1} + \cfrac{\boldsymbol{a}_n}{\boldsymbol{b}_n}}}}}$$

Kettenbrüche wurden bereits 1929 von *Oskar Perron* in seinem Buch beschrieben.

In der Neuauflage Lit.[4] und [5] von 1954 und 1957 findet man alle mit den Kettenbrüchen zusammenhängenden Einzelheiten.

3.1. Kettenbrüche mit dem HP-Taschenrechner

Mit dem HP-Taschenrechner unter Verwendung der longfloat-Bibliothek LIB902 können Kettenbrüche (continuous fractions) bearbeitet werden.

3.1.1. Form des Kettenbruches

Die Zahl π sieht als Kettenbruch aus wie in Bild 12 dargestellt:

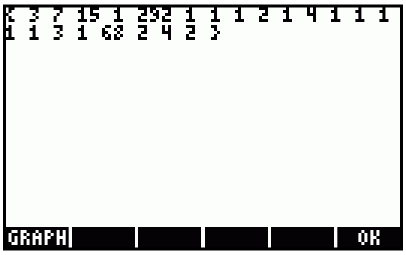
Bild 12: Kettenbruch für π

$$\pi = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{292 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \ldots}}}}}}}}}}$$

3.1.2. Kettenbruch als Listenobjekt

Dieser Kettenbruch kann übersichtlich als Liste auf dem HP-Taschenrechner dargestellt werden.

Bild 13: Kettenbruch für π als Liste



3.1.3. Wert eines Kettenbruches

3.1.3.1. Beispiel 1

Bei der Auswertung beginnt man mit dem letzten Element der Liste in Bild 13.

Die Liste wird mit dem Befehl **OBJ→** zerlegt. Im Stack stehen dann die 22 Elemente und die Zahl 22, die die Anzahl angibt. Diese Zahl wird vom Stack entfernt, es verbleiben die 22 Elemente der Liste im Stack. Für das letzte Element in der Liste wird der Reziprokwert berechnet und das vorletzte Element addiert. Dies wird mit dem kleinen Programm **«`INV +`»** berechnet. Diese Prozedur wird bis zum zweiten Element angewendet, wobei das erste Element zum Schluss automatisch addiert wird. Als Wert ergibt sich π mit 12 signifikanten Stellen: 3,141599265359.

3.1.3.2. Beispiel 2

Als Beispiel nehmen wir einen Kettenbruch, dessen Liste {1 1 1 1 1 …} nur die Zahlen 1 enthält. Sie stellt einen periodischen Kettenbruch auf dem HP-Taschenrechner dar. Bild 14 zeigt ihn in Bruchstrichschreibweise.

Bild 14: Periodischer Kettenbruch

$$\boxed{\boldsymbol{x} = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}}}}$$

Welchen Wert hat dieser Kettenbruch? Man stellt die Zahl 1 in den Stack und führt das Programm **«`INV 1 +`»** wiederholt aus. Wenn sich das Ergebnis nach wiederholter Ausführung des Programms nicht mehr ändert, hat man den genauen Wert: $\boldsymbol{x}$ = 1,61803398875.

Aus obiger Kettenbruchauswertung per Programm ergibt sich die Gleichung $\frac{1}{\boldsymbol{x}}+1=\boldsymbol{x}$. Daraus folgt $\boxed{\frac{1}{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{x}-1}$ und $\boldsymbol{x}^2-\boldsymbol{x}=1$.

Diese Gleichung wird nach $\boldsymbol{x}$ aufgelöst und ergibt $\boldsymbol{x}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$=1,61803398875.

Man kann den Wert eines Kettenbruches, der als Liste auf dem HP vorliegt, mit dem longfloat-Befehl CF→SF in eine longfloat-Zahl umwandeln. Dieser Befehl ergibt Zähler und Nenner eines Bruches: $\boldsymbol{x}=\frac{9227465}{5702887}$ = 1,61803398875.

Mit der Zahl $\frac{1}{\boldsymbol{x}}=0{,}61803398875$ hat es eine besondere Bewandtnis.

Dieses Verhältnis nennt man „Goldener Schnitt“.

Eine Strecke mit der Länge 1 wird so geteilt, dass die größere Teilstrecke $\boldsymbol{g}$ sich zur ganzen Strecke verhält, wie die kleine Teilstrecke **1-*g*** zur größeren Teilstrecke $\boldsymbol{g}$: $\boxed{\dfrac{\boldsymbol{g}}{1} = \dfrac{1-\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{g}}}$

Daraus ergibt sich die quadratische Gleichung $\boldsymbol{g}^2 + \boldsymbol{g} = 1$. Die positive Lösung dieser Gleichung lautet: $\boldsymbol{g} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}61803398875 = \dfrac{1}{\boldsymbol{x}}$.

3.1.3.3. Beispiel 3

Mit der Liste {2 2 2 2 2 …} als periodischer Kettenbruch ergibt sich der Wert $\boldsymbol{x}$ = 2,41421356237309504… $= 1+\sqrt{2}$. Er entstammt der Gleichung $\dfrac{1}{\boldsymbol{x}} + 2 = \boldsymbol{x}$. Zieht man die Zahl 1 vom ersten Element ab, so ergibt sich die Liste {1 2 2 2 2 …}, sie stellt den periodischen Kettenbruch mit dem Wert $\sqrt{2}$ dar.

3.1.4. Bildungsgesetz für den periodischen Kettenbruch

Für die identischen Elemente $\boldsymbol{b}$ der Liste {$\boldsymbol{b}$ $\boldsymbol{b}$ $\boldsymbol{b}$ …} eines periodischen Kettenbruches gilt die Gleichung $\dfrac{1}{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{b} = \boldsymbol{x}$. Diese führt zur quadratischen Gleichung $\boldsymbol{x}^2 - \boldsymbol{b}\boldsymbol{x} - 1 = 0$. Die positive Lösung lautet: $\boxed{\boldsymbol{x} = \dfrac{\boldsymbol{b}+\sqrt{\boldsymbol{b}^2+4}}{2}}$. Die negative Lösung interessiert uns nicht.

Der Grenzwert eines periodischen Kettenbruches mit identischen Elementen $\boldsymbol{b}$ mit $\boldsymbol{b}\to\infty$ beträgt $\boxed{\lim\limits_{\boldsymbol{b}\to\infty} \dfrac{\boldsymbol{b}+\sqrt{\boldsymbol{b}^2+4}}{2} = \dfrac{2\cdot\boldsymbol{b}}{2} = \boldsymbol{b}}$.

Wer sich in die Kettenbrüche vertiefen möchte, dem seien die schon erwähnten Bücher Lit. [4] und [5] empfohlen.

4. Bruchdarstellung von Formeln

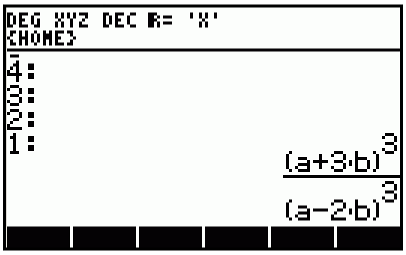
Formeln können auf dem HP-Taschenrechner in Bruchdarstellung eingegeben, angezeigt und mit Zahlenwerten ausgewertet werden.

Als Beispiel nehmen wir den Bruch mit zwei Binomen.

$$\boxed{\frac{(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})^3}{(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})^3} = \frac{\boldsymbol{a}^3+9\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}+27\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^2+27\boldsymbol{b}^3}{\boldsymbol{a}^3-6\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}+12\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^2-8\boldsymbol{b}^3}}$$

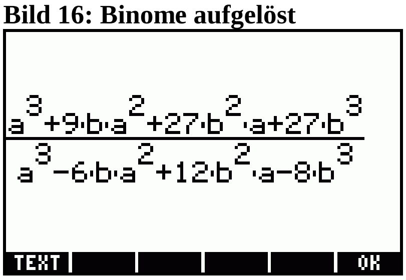
In den Taschenrechner geben wir nur den Term links vom Gleichheitszeichen ein (siehe Bild 15).

Bild 15: Bruch mit Binomen



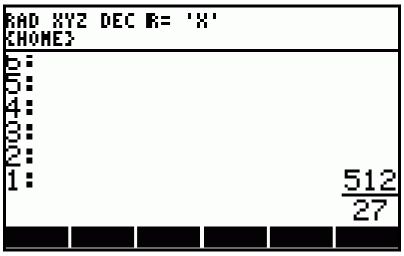
Nach Ausführung des Befehls EXPAND stehen die aufgelösten Binome auf dem Bildschirm, wie Bild 16 zeigt.

Bild 16: Binome aufgelöst



Wenn wir ***a*** = 10 und ***b*** = 2 in entsprechenden Variablen abspeichern und [EVAL] aufrufen, setzt der HP-Taschenrechner diese Werte in den Bruch ein und gibt die rationale Zahl $\frac{512}{27}$ aus (siehe Bild 17). Der ausgerechnete Zahlenwert $18{,}\overline{962}$ ist ein periodischer Dezimalbruch.

Bild 17: Berechneter Wert der Binome



5. Anhang

5.1. Literaturverzeichnis

[1]	*Walter Gellert*, **Handbuch der Mathematik**, Buch und Zeit Verlagsges.m.b.H, Köln, 1972.
[2]	*Otto Praxl*, **Wissenschaftliche HP-Taschenrechner im praktischen Einsatz** GRIN-Verlag 2012 ISBN 978-3-656-18641-0
[3]	*Wolfgang Rautenberg*, **Elementare Grundlagen der Analysis** BI-Wissenschaftsverlag Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich ISBN 3-411-16611-8
[4]	*Oskar Perron*, **Die Lehre von den Kettenbrüchen**, Band 1: Elementare Kettenbrüche, 1954, 3. Auflage, Verlag B. G. Teubner, Stuttgart, Nachdruck 1977 für Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt
[5]	*Oskar Perron*, **Die Lehre von den Kettenbrüchen**, Band 2: Analytisch-funktionentheoretische Kettenbrüche, 1957, 3. Auflage, Verlag B. G. Teubner, Stuttgart, Nachdruck 1977 für Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt

5.2. Sachregister